ממן 12 אורי זית

1) א' - m לא מכריעה , כי עבור קלט של קידוד cfg שאף מילה לא מתקבלת בו אבל יש בו אינסוף מילים המכונה לעולם תעצור.

ב' - m מזהה את כל הcfg שיש בהם מילה שמתקבלת, כי אם יש מילה כזאת תוך כדי שלב 1 באלגוריתם של m נקרא את המילה ובגלל שהמילה מתקבלת לפי שלב 3 באלגוריתם של m נעבור למצב מקבל.

2) צריך להוכיח התאמה כלומר חח"ע ועל:

חח"ע:

נראה ש -

\*

נניח בשלילה ובה"כ נניח

כעת נחלק את האגפים ב ונקבל-

זוגי ולכן צד שמאל כולו זוגי אך צד ימין אינו זוגי ולכן זו סתירה n1=n2

נציב ב\* ונקבל

על :

לכל x זוגי(או 0) עבור נקבל

לכל y אי זוגי נסמן x=y+1(זוגי) צריך למצוא n,m שמקיימים

X זוגי, לכן נוכל לחלק אותו ב-2 n פעמים עד שנקבל מספר אי זוגי כלומר קיבלנו

ולכן

3) נניח שקיים אלגוריתם להכרעת Atm ותהי S המכונה שמכריעה אותה

נבנה מכונה R שמכריעה את HALTtm :

קלט : קידוד מכונה m ומילה w ,

נבנה מכונה n שפועלת כמו m רק שהמצבים הדוחים יהפכו למקבלים,

נריץ את S על n ו w ואז אם קיבלנו זה אומר שבהרצת m על w היינו עוצרים (במצב מקבל או דוחה) ולכן נקבל, אחרת הדחיה ב-n נובעת בהכרח מלולאה שהייתה מתקבלת בהרצת m ולכן נדחה.

4) א' - נבנה מכונה S שמזהה את L :

קלט : קידוד מכונה M

נגדיר מכונה N :

N פועלת כמו M רק בכל מקום ש-M כתבה רווח, N תכתוב תו מיוחד(שלא בא"ב של M)

נריץ את N על קידוד M ואז אם N הגיעה למצב מקבל נרוץ על הסרט משמאל עד שנקרא תו שאינו התו המיוחד אם קראנו רווח נקבל(כי זה אומר ש-M מקבלת את המילה וגם אם היינו מריצים את M היו רק רווחים על הסרט)

ב' - נניח בשלילה שL שפה כריעה. לכן, קיימת מכונת-טיורינג שמכריעה את השפה L.

נבנה מכונת טיורינג S כך:

קלט : קידוד של M

נריץ את R על M אם R מקבל, נדחה.

אחרת, נמחק את תוכן סרט העבודה (ע"י הכנסת רווחים במקום הערכים הנוכחיים), ואז נקבל.

נבחין שהמכונה S עוצרת, שכן R עוצרת.

כעת נבחן מה יקרה כשנריץ :

אם , אז לפי הגדרת השפה L, עוצר במצב מקבל. אך לפי הגדרת S שלנו, עוצר במצב דוחה.

אם , אז לפי הגדרת השפה L, עוצר במצב דוחה, או שסרט העבודה איננו ריק. אך לפי הגדרת S שלנו, עוצר במצב מקבל, וסרט העבודה ריק.

סתירה.

לפיכך, לא קיימת מכונת-טיורינג שמכריעה את השפה L, וניתן להגיד שL איננה שפה כריעה.

5) א' -

כן , קל לראות שמתקיימים תנאי משפט רייס:

- A לא טריוויאלית כי קידוד של מכונה שמקבלת פחות מ50 מילים(למשל כזאת שלא מקבלת אף מילה) לא שייכת ל-A וקידוד של מכונה שמקבל יותר מ50י מילים(למשל שמקבלת את כל המילים) כן שייכת ל-A.

-

ב' -

לא, התנאי השני במשפט לא מתקיים, דוגמה נגדית :

M1 - לכל קלט זזה 500 פעמים ימינה ואז עוברת למצב מקבל.

M2 - לכל קלט עוברת ממצב התחלה למצב מקבל.

אז אבל

ג' -

כן , קל לראות שמתקיימים תנאי משפט רייס:

- DECIDABLE\_TM לא טריוויאלית כי קידוד של מכונה שמקבלת את כל המילים שייכת ל-DECIDABLE\_TM וקידוד של מכונה שמזהה את Atm לא שייך ל-DECIDABLE\_TM.

-

6)

ב' - כן, נבנה מכונה שמזהה אותה -

קלט - קידוד של אוטומט חסום לינארית:

- עבור בסדר הסטנדרטי על של A עם הרצת A עד שתמצא מילה שמתקבלת ב-A ואז נקבל(זה זיהוי ולא הכרעה כי אם אין מילה שמתקבלת נרוץ עד אינסוף)

א' - מכיוון שהמשלימה של Elba מזוהה והיא עצמה לא כריעה נקבל ע"פ משפט 4.22 ש-Elba לא מזוהה.

7)

נראה רדוקציה dechalt

*נגדיר Mf :*

*קלט:*

* *בנה מ"ט N שבקבלת קלט מריצה את M על w ואם M נעצרה אז גם את M' על w' ואם עצרנו N עוצרת.*
* *החזר את*

*הרדוקציה חשיבה כי הגדרנו מכונה שניתנת לבניה בזמן סופי.*

*נותר להוכיח*

*כיוון :*

*ולכןM לא עוצרת על w ולכן N תכנס ללולאה לכל קלט x לכן קבוצת המילים ש-N עוצרת עליהן היא הקבוצה הריקה שהיא שפה כריעה ולכן*

*כיוון :*

*נניח לא ב-*

*אז ולכן N תעצור רק אם M' עוצרת על w' כלומר רק אם כלומר קבוצת המילים שN עוצרת עליהן היא halt*

*שהיא כמובן שפה לא כריעה(5.1) ולכן .*

*הראנו אם כן רדוקציית מיפוי* dechalt

*לא מזוהה (הוכחה כמו ההוכחה של )*

*לכן לפי 5.23 גם לא מזוהה.*